

## Matemática e Educação Visual – Uma Parceria Favorável à Apropriação das Isometrias

Maria Elisabete Amaral<sup>1</sup>, Isabel Cabrita<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Escola Secundária de Emídio Navarro, Portugal. [elis.bete@gmail.com](mailto:elis.bete@gmail.com)

<sup>2</sup> Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF), Universidade de Aveiro, [icabrita@ua.pt](mailto:icabrita@ua.pt)

**Resumo.** Neste artigo, pretende-se divulgar parte de um estudo que intentou analisar a influência da disciplina de Educação Visual, em conjugação com Matemática, no desenvolvimento de competências geométricas relacionadas com as isometrias e as simetrias, em alunos do 8º ano de escolaridade. Os alunos construíram frisos e rosáceas na disciplina de Educação Visual que foram, posteriormente, analisados em Matemática. Os dados foram recolhidos através da análise documental e das técnicas de inquirição e observação direta e participante. A análise de conteúdo a que foram submetidos permitiu concluir que uma abordagem interdisciplinar do tema potencia uma apropriação mais sólida dos conceitos, contribuindo também para o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática e à geometria, em particular.

**Palavras-chave:** Educação Visual, interdisciplinaridade, isometrias, Matemática.

### Mathematics and Visual Education: A partnership favorable to the appropriation of isometries

**Abstract.** The purpose of this research is to disclose a study that attempts to analyse the influence of the discipline of Visual Education in conjunction with Mathematics, the development of geometric skills related to isometries and symmetries in 8th grade students. The study undertook an experiment in which a group of students had to build friezes and rosettes in visual education course in order to be analyzed in Mathematics. Data were collected through document examination, survey techniques and direct observation of the participants. The submitted content analysis concluded that an interdisciplinary approach of the theme highlights a stronger ownership of concepts, contributing to the development of positive attitudes towards mathematics and geometry in particular.

**Keywords:** Visual Education, interdisciplinarity, isometries, Mathematics.

## 1 Introdução

A globalização e o desenvolvimento tecnológico têm gerado grandes mudanças na sociedade. Vivemos num mundo em constante transformação e novas competências são exigidas ao indivíduo, nomeadamente, avaliar novas situações, integrar conhecimentos em diferentes contextos e encontrar soluções inovadoras (Gontijo, 2007).

Cabe à escola, enquanto instituição, promover aprendizagens de forma integradora, envolvendo a mobilização de competências das várias áreas disciplinares. Para isso, o processo educativo não deve restringir-se a metodologias que enfatizem a memorização e a resolução de tarefas rotineiras fechadas nas próprias disciplinas. Deve promover uma sólida educação em ambientes nos quais o aluno é agente ativo no processo de aprendizagem, sustentado na realização de tarefas significativas, desafiantes e contextualizadas (Morelatti, 2001).

Assim, o professor tem novos desafios e responsabilidades acrescidas como gestor do currículo, na medida em que é ele quem decide as metodologias de ensino e de aprendizagem, o tipo de tarefas

que os alunos vão realizar, a sua sequência, a sua duração, bem como os recursos mais adequados à sua resolução. É neste contexto que a interdisciplinaridade faz sentido (Fortes, 2009).

Em Matemática, um dos temas que se tem revelado mais desafiador ao nível da sua abordagem é a Geometria e, dentro dela, o tópico das transformações geométricas. No caso de Portugal, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (Ponte et al., 2007) introduziu alterações relevantes do ponto de vista matemático, didático e curricular, destacando-se, em particular, o estudo das isometrias e simetrias. Embora, com a implementação do programa de Matemática em 2013, especialmente o estudo das rosáceas e dos frisos percam algum do seu protagonismo, ambos enfatizam o uso de *software* de geometria dinâmica no seu estudo.

Neste contexto, desenvolveu-se um estudo norteado pela questão principal: *Em que medida uma abordagem interdisciplinar das transformações geométricas isométricas, envolvendo Matemática e Educação Visual, mediada por um software de geometria dinâmica, pode contribuir para a construção e aplicação de conceitos geométricos envolvidos, e para uma visão mais positiva da geometria?*

## 2 Interdisciplinaridade e Aprendizagem das Transformações Geométricas

O conhecimento que o professor tem dos programas da sua área disciplinar, da variedade de materiais que pode utilizar no seu ensino e das vantagens e desvantagens do seu uso na sala de aula caracteriza, segundo Shulman (1986), o conhecimento do currículo. Para Canavarro (2003), este conhecimento integra também o conhecimento que favorece a articulação dos conteúdos matemáticos, a consideração das mais recentes recomendações metodológicas, das finalidades e objetivos mais relevantes e das mais adequadas práticas sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos. Para esta articulação se tornar eficiente, a autora considera que o professor precisa de conhecer o teor dos programas, de os interpretar e de os adaptar ao contexto onde exerce a sua profissão docente. No entanto, este conhecimento e prática não se podem fechar numa disciplina. O processo educativo será tão mais rico quão mais e melhor integrar e mobilizar vários olhares disciplinares sobre um mesmo tema, não só numa perspetiva multidisciplinar mas numa verdadeira lógica interdisciplinar.

Para Spelt *et al.* (2009), este processo de aprendizagem interdisciplinar caracteriza-se precisamente pela integração de conhecimentos multidisciplinares para a abordagem de um mesmo tema ou foco central. Tal abordagem interdisciplinar mobiliza, designadamente, metodologias, ferramentas de interpretação e a linguagem específica de várias disciplinas (Gadotti, 2004), permitindo aos alunos adquirir perspetivas integradas e estratégias diversificadas para a resolução de situações em vez de um conhecimento específico derivado de uma única disciplina, fechado sobre si mesmo e, muitas vezes, inerte (Thiesen, 2008). Na mesma linha de pensamento, Zaman *et al.* (2010) consideram que a interdisciplinaridade emerge do processo de combinar e integrar duas ou mais disciplinas, bem como as suas metodologias e premissas. Trata-se de cruzar fronteiras tradicionais entre as disciplinas e misturar as suas técnicas na busca de um objetivo comum.

A prática deste conceito exige, portanto, uma reorganização do processo de ensino e aprendizagem e exige, também, um trabalho continuado de colaboração entre os professores envolvidos. Para Serenato (2008), na interdisciplinaridade, as relações ocorrem em dois níveis, com relações e influências recíprocas, conduzindo a colaboração e/ou cooperação entre as diversas disciplinas a uma interação, um diálogo que caminha para uma estruturação de conceitos, englobando todo o conhecimento envolvido numa síntese (Fig. 1). De acordo com esta abordagem ter-se-ão, inicialmente, olhares diferentes sobre um mesmo objeto, que se vão fundindo resultando em diferentes e novas apropriações no modo de ver esse objeto.



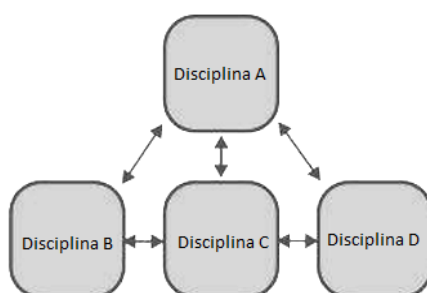


Fig. 1. Interdisciplinaridade envolvendo colaboração, cooperação e diálogo entre as disciplinas (adaptado de Serenato, 2008)

No ensino e na aprendizagem da Geometria, as transformações geométricas desempenham um papel importante e o seu estudo justifica-se, por um lado, pela relevância que elas têm tido na história da Matemática recente e, por outro, porque constituem um campo rico de conexões e uma ferramenta para demonstrar e, de uma maneira geral, para raciocinar sobre o plano e o espaço (Bastos, 2007). Mas, para consolidar e ampliar um conceito matemático que possa ser devidamente mobilizado no momento oportuno, é importante que o aluno seja agente ativo no processo de uma aprendizagem verdadeiramente contextualizada, numa genuína interação com o saber e com os outros, de preferência mediada pela tecnologia (Morelatti, 2001). O conhecimento é, assim, (co)construído pelo aluno, fruto de experimentação e pesquisa, podendo ser induzido por intermédio do estímulo à dúvida e não pelo fornecimento de respostas, por parte do professor. São estas as ideias subjacentes ao paradigma construtivista nas suas várias ramificações, principalmente sócio-construtivista e construcionista (Ribeiro, 2005). A influência do paradigma construtivista é visível no PMEB (Ponte *et al.*, 2007). Com efeito, concebe-se a Matemática como um processo de imersão dos alunos em ambientes ricos, e defende-se que, por intermédio de atividades significativas, integradoras e socializadoras, se promovem aprendizagens que lhes sejam significativas e úteis do ponto de vista prático, formativo, cultural e de cidadania (Ponte *et al.*, 2007).

Por outro lado, para uma adequada apropriação e ampliação de um conceito, é fundamental não só que o aluno o veja em novas extensões e conectado com outros conceitos mas que contacte com múltiplas representações do ente em causa. No âmbito da geometria, a tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações ao fornecer um meio de visualizar noções geométricas sob múltiplas perspetivas (NCTM, 2007). O uso de *software* de geometria dinâmica pode contribuir, em particular, para que o aluno contacte com múltiplas representações, sendo a sua utilização recomendada por diversos autores (Breda *et al.*, 2011; NCTM, 2007; Ponte *et al.*, 2007; Veloso, 2012). Neste estudo, considera-se que a abordagem interdisciplinar foi realizada na ótica de Zaman *et al.* (2010) e Serenato (2008). A relação Matemática e Educação visual foi integradora no sentido em que a investigadora explicitou à docente de Educação Visual o que pretendia que os alunos realizassem, a qual confirmou ser exequível de acordo com o consignado nas orientações curriculares para aquela disciplina, implicando alterações à sua planificação inicial e diferente abordagem. Assim, a docente de Educação Visual, de acordo com as ferramentas utilizadas nesta disciplina, proporcionou a realização de um trabalho envolvendo conceitos subjacentes à Matemática sobre isometrias e simetrias. Desta interação, resultou um trabalho realizado pelos alunos que foi, posteriormente, explorado na aula de Matemática por recurso ao *software* GeoGebra e que serviu de base para o estudo desenvolvido.

### 3 Método

A opção por um método deve fazer-se em função da natureza do problema a estudar (Pacheco & Pereira, 2005; Serrano, 2004). Assim, de acordo com os objetivos pretendidos, optou-se por uma investigação de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994), subordinada a um paradigma descritivo e interpretativo, e um *design* de estudo de caso múltiplo (Ponte, 2006; Yin, 2005).

Num modelo de investigação qualitativa, os dados recolhidos são ricos em fenómenos descritivos (Bogdan & Biklen, 1994), sendo o objetivo de uma investigação dessa natureza perceber os fenómenos na íntegra e no contexto em que ocorrem (Coutinho, 2011). O investigador qualitativo deve compreender, de forma aprofundada, o que os sujeitos pensam, o que implica que o investigador passe períodos de tempo alargados com os sujeitos, no seu contexto natural, propondo questões de natureza aberta e garantindo os registos das suas respostas e, para a obtenção e análise dos dados utiliza, de preferência, técnicas de observação, cujo objetivo é recolher os dados no meio natural em que ocorrem, sendo a sua participação ativa (Coutinho, 2011). Para Ponte (2006), o estudo de caso utiliza-se para compreender melhor a particularidade de uma dada situação ou um fenómeno em estudo e a sua escolha no campo educativo tem como intuito, explicar, descrever, explorar e compreender em profundidade contextos de ensino e de aprendizagem (Bogdan & Biklen, 1994; Yin, 2005).

O estudo desenvolveu-se numa turma mista de 14 alunos do 8º ano de escolaridade, ao longo de 10 sessões, constituindo três pares de alunos os *casos* em estudo. Estes pares foram escolhidos atendendo à forma de execução e exploração das tarefas e à facilidade em comunicar ideias, quer na forma escrita quer oral. No âmbito deste artigo, a análise foca-se no par P5, constituído pelo Alexandre e Diogo (nomes fictícios). A professora/investigadora (P/I) teve uma participação ativa, dado que planeou (em colaboração com a orientadora do trabalho e a colega de Educação Visual) e conduziu todos os acontecimentos decorrentes do estudo. As técnicas de recolha de dados foram a observação direta, a inquirição e a análise documental. Na tentativa de retratar, o mais completamente possível, as situações e as experiências dos alunos, usaram-se diversos instrumentos: questionário inicial e questionário final, teste aplicado antes e após a sequência didática, diário de bordo e produções dos alunos (ver Fig. 2).

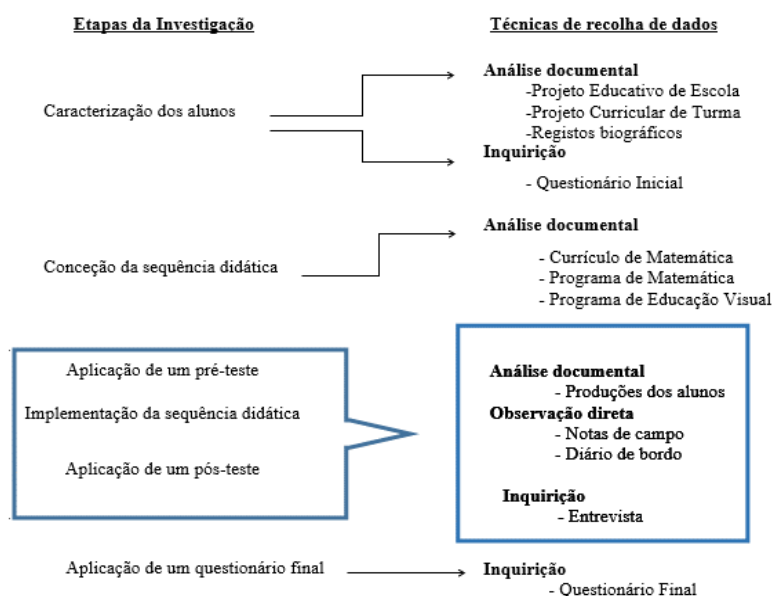


Fig. 2. Esquema de investigação

Num primeiro momento, os alunos responderam, individualmente, a um questionário inicial, na sala de aula, com o qual se pretendia recolher dados sobre os seus gostos relativamente à Matemática, e à Geometria em particular, e sobre a articulação de conteúdos entre Matemática e Educação Visual. De seguida, foi resolvido, individualmente, um teste inicial. Pretendia-se, num primeiro momento, analisar os conhecimentos que os alunos detinham sobre o tema, ainda que construídos para além do contexto formal. A realização do teste inicial permitiu analisar a evolução do desempenho dos alunos por comparação com o teste final. Numa fase posterior e ao longo de dez sessões de cerca de 90 minutos cada (Amaral, M. E., 2015) (ver Fig. 3):

- (A) Os alunos, a par, exploraram em Matemática as propriedades das isometrias com recurso ao GeoGebra. Em Educação Visual, sempre recorrendo a instrumentos de desenho, os alunos procederam, individualmente, à conceção do elemento geométrico que foi repetido na construção dos frisos e das rosáceas;
- (B) Finalizadas as tarefas de exploração em Matemática, foram analisados os 7 tipos de frisos e os 2 tipos de rosáceas, cíclicas e diedrais. Em Educação Visual, os alunos procederam à construção de 3 frisos diferentes;
- (C) Os frisos construídos pelos alunos foram digitalizados e explorados, em Matemática, com recurso ao GeoGebra e foi solicitado aos alunos que identificassem processos diferentes de construção dos frisos;
- (D) Em Educação Visual, os alunos construíram 3 rosáceas diferentes que foram, posteriormente digitalizadas e exploradas em Matemática com recurso ao GeoGebra. E, tal como para os frisos, foi solicitado que identificassem diferentes processos de construção das rosáceas.

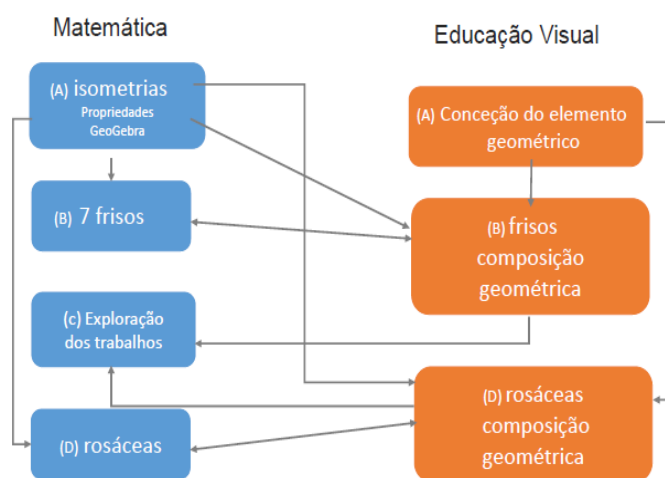


Fig. 3. Esquema da sequência didática

#### 4 Principais Resultados

Os dados recolhidos foram sujeitos a análise de conteúdo, subordinada a categorias de análise. No que respeita a competências geométricas, respeitaram: a) conhecimento e capacidades relacionadas com isometrias e simetrias e b) atitudes sobre a geometria e a matemática em geral.

#### 4.1 Conhecimento e Capacidades sobre Isometrias e Simetrias

Ao longo da implementação da sequência didática, enquanto os alunos realizavam as tarefas, a P/I circulou pela sala dando orientações necessárias para o desenvolvimento das atividades e foi formulando questões para averiguar se os conceitos estavam a ser devidamente apreendidos.

As primeiras tarefas envolviam a efetiva exploração pelos alunos das propriedades das isometrias: translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante. O par P5 não revelou dificuldade na execução das tarefas mas, apesar de ter conseguido traçar o vetor para a exploração das propriedades na translação, solicitou a presença da P/I para se certificar da sua correção e, assim, poder prosseguir com mais segurança. Este par ouvia atentamente as explicações e orientações da P/I pelo que, na maioria das vezes, foi autónomo (DB, 12-04-2012).

Os alunos verificaram que, quando *“se aumenta o comprimento do vetor, as figuras afastam-se e, quando se diminui, as figuras começam a ficar em cima da outra”* e que *“os pontos do transformado estão todos à mesma distância da figura inicial e que é igual ao tamanho do vetor”*. A P/I solicitou aos alunos que mostrassem, na construção, a última afirmação. O par P5 foi o único par que revelou entender a questão (DB, 12-04-2012):

P5: Pode chegar aqui 'Stora'?

P/I: Qual é a vossa ideia?

P5: Medir o comprimento entre os pontos e ver que é igual ao comprimento do vetor.

No que respeita à rotação, após efetuarem a construção solicitada na tarefa, a P/I questionou o par (DB, 12-04-2012):

P/I: Quantos pontos fixos encontraram para a rotação?

P5: Um! O centro. Só esse é que não muda de lugar.

P/I: Não estou a perceber!...

P5: O centro é o próprio transformado.

Nas tarefas sobre reflexão e reflexão deslizante, a turma apresentou algumas dúvidas quanto ao significado de “orientação dos ângulos” e o par P5 prontamente esclareceu (DB, 16-04-2012):

P5 : Acho que sabemos 'stora'.

P/I : Qual é a vossa ideia?

P5 : Não é o sentido do ângulo que muda? Sentido positivo para o negativo?

P/I: Muito Bem. É isso mesmo!

Quanto aos frisos construídos pelo par em Educação Visual (Fig. 4) e posteriormente analisados, verifica-se que identificou a reflexão como estando associada à simetria de uma figura mas cometeu erros de linguagem que têm subjacentes diferentes conceções sobre simetria e isometrias nas disciplinas de Matemática e de Educação Visual

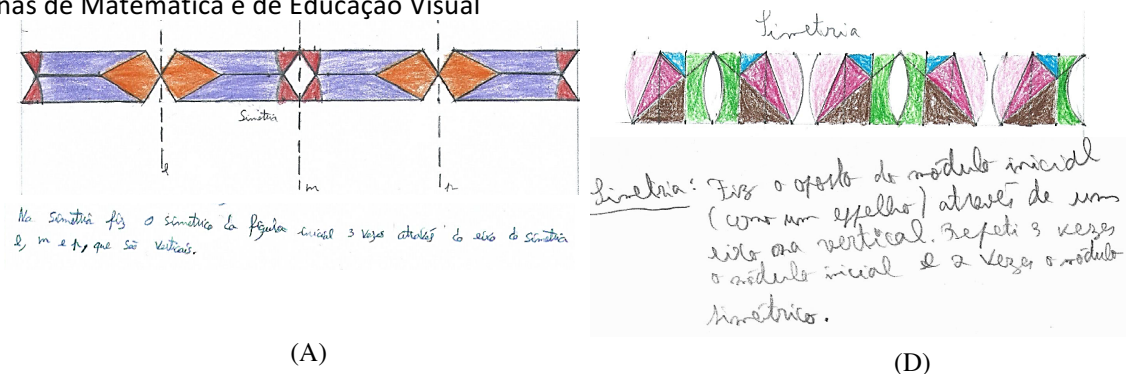


Fig. 4 - Frisos construídos pelo Alexandre (A) e pelo Digo (D) em Educação Visual



Na aula de Matemática, o par ainda analisou o friso que se segue (Fig. 5), tendo a P/I inquirido (DB, 09-05-2012):

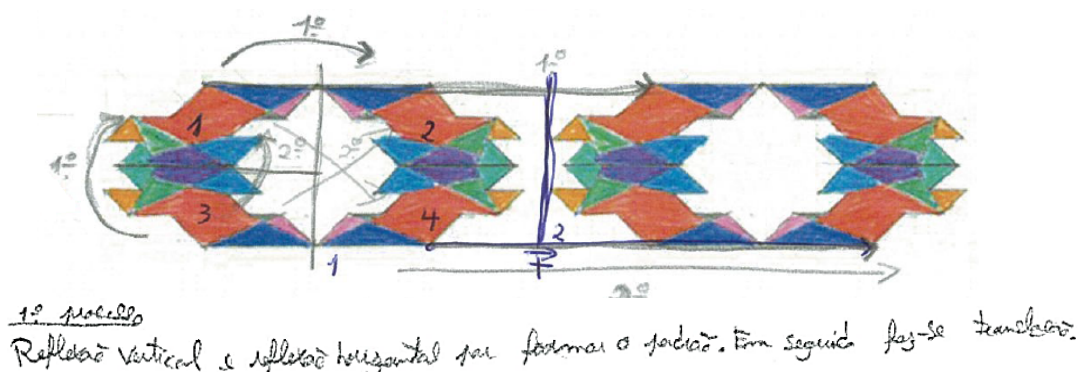


Fig. 5 – Análise do friso pelo par P5

P/I: “Reflexão vertical e reflexão horizontal”?!

P5: Sim. Temos o módulo ... e um eixo de simetria...

P/I: Querem dizer eixo de reflexão, certo? Têm alguma simetria no friso?

P5: Sim, simetria de reflexão.

P/I: Mas não era isso que queriam dizer pois não?

P5: Não, não é assim que dizemos em Educação Visual...!

P/I: Expliquem melhor essas reflexões.

P5: Aqui, a partir de 1, fazemos uma reflexão vertical e obtemos o 2, a partir do 1 e do 2 fazemos uma reflexão horizontal e obtemos o 3 e o 4.

P/I: E como é que obtêm o resto do friso?

P5: Faz-se uma translação segundo o vetor T.

P/I: Se em vez de começar pela reflexão “vertical”, tivessem começado pela “horizontal”, o friso iria ser o mesmo?

P5: Era a mesma coisa ... Do 1 ia para o 3. Depois, por reflexão segundo o eixo 1, obtém-se o 2 e o 4. Com o mesmo bloco 1234, podia-se continuar o friso fazendo a reflexão vertical do bloco segundo o eixo 2.

Nota-se que o par começou a ter consciência da diferença de linguagem e de conceitos utilizados em ambas as disciplinas e a conseguir expressar-se com mais correção. Por exemplo, deixou de referir a expressão ‘simétrico da figura’ tentando ser mais rigoroso na terminologia utilizada.

Refira-se, por exemplo, a primeira questão do teste, que consistiu em continuar dois frisos. A resposta no teste final apresenta pormenores na caracterização das isometrias envolvidas e na forma de dar continuidade aos frisos em causa que não se verificaram no teste inicial.

Por exemplo, o Alexandre, no teste inicial, apenas continuou os frisos sem evidenciar características das isometrias envolvidas. No teste final, evidencia para o friso 1, o processo de construção na reflexão deslizante, apresentando a tracejado o transformado que fica oculto (no caso da construção do aluno, o transformado obtido por reflexão segundo um eixo horizontal), e o respetivo vetor associado à translação (Fig. 6). Também para o friso 2 se verifica que o aluno evidencia a reflexão horizontal e a reflexão vertical, traçando os respetivos eixos (Fig. 6)

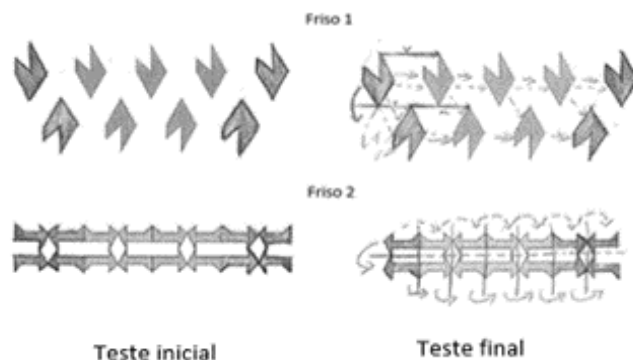


Fig. 6 – Resolução de Alexandre da questão 1 item 1.1 do teste

Para o Diogo, a melhoria verificou-se no vocabulário utilizado. No teste inicial, o aluno referiu “através de um eixo horizontal construir a mesma figura mas de cima para baixo”, “Como um espelho” e “uma translação de sentido de baixo para cima” corrigindo, no teste final, para “reflexão da figura inicial”, “reflexão de eixo vertical” e “translação de vetor  $v$  e vetor  $x$ ”, respetivamente, no teste final (Fig. 7).

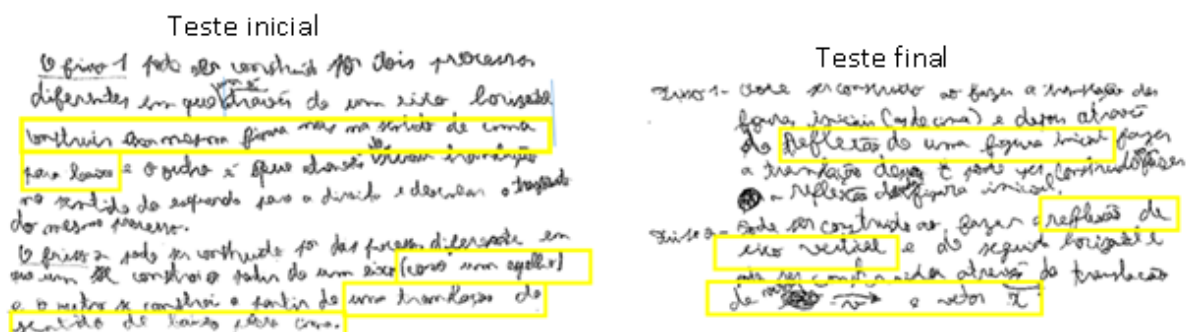


Fig. 7 – Resposta de Diogo à questão 1 item 1.3 do teste

No entanto, relativamente à questão do teste onde se pedia para apresentarem duas maneiras diferentes de construir o friso, o desempenho do par ficou aquém do que seria de esperar. Veja-se, a título de exemplo, na Fig. 8, a resposta dada pelo Alexandre. No decorrer das aulas, no que respeita às questões colocadas pela professora/investigadora referentes à exploração dos frisos e rosáceas construídos em Educação Visual, o P5 procurava e encontrava sempre diversas possibilidades corretas de resolução, o que não se refletiu nas respostas do teste final.

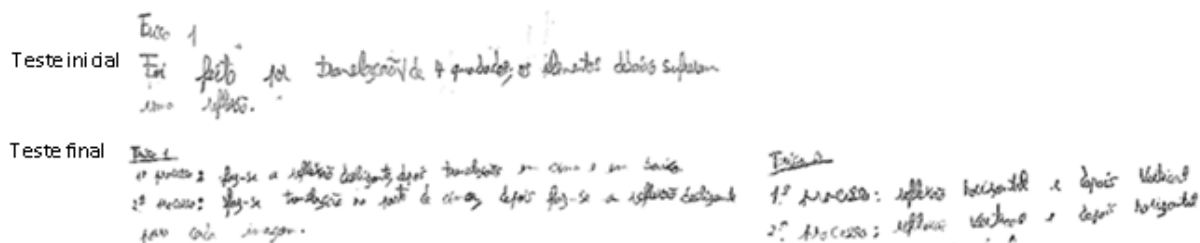


Fig. 8 – Resposta de Alexandre da questão 1 item 1.3 do teste



#### 4.2 Atitudes em Relação à Geometria e à matemática em geral

No questionário inicial, quer o Alexandre quer o Diogo afirmaram gostar de matemática e, em particular, gostar de geometria. Também discordaram da afirmação *“a Geometria da Matemática é mais difícil do que a de Educação Visual”* e concordaram que *“as aulas de Matemática se podem relacionar com as de Educação Visual”* e que *“Educação Visual pode ajudar a entender melhor a Matemática”*.

Ao longo da implementação da sequência didática, esse gosto e essa visão foram-se intensificando. Prova disso é o interesse e empenho do par na resolução e discussão de todas as propostas de trabalho, em particular as que respeitavam à análise das produções realizadas em Educação Visual. Por exemplo, a propósito da exploração dos frisos e rosáceas construídos no âmbito dessa disciplina, verificou-se sempre muito interesse e curiosidade por parte do P5 na procura de diversas possibilidades de construção, o que foi registado diversas vezes no diário de bordo.

No questionário final, relativamente à abordagem interdisciplinar, quer o Alexandre quer o Diogo referiram ter gostado muito, e que gostariam de repetir a experiência com outros conteúdos de Matemática:

Alexandre: *“Sim, porque a Matemática e Educação Visual estão mais ligadas do que parece. E também porque a Matemática não é só números”*

Diogo: *“ Sim, porque achei a experiência anterior interessante”*.

#### 5 Principais Considerações e Reflexão Final

Pode afirmar-se que o par se apropriou das principais propriedades das isometrias e de aspetos essenciais relacionados com os diversos grupos de frisos, conhecimento esse que conseguiram mobilizar, designadamente, na caracterização de produções realizadas em Educação Visual e no teste final. No entanto, verificou-se que nem sempre utilizaram a linguagem matemática mais adequada, muito por influência de Educação Visual, disciplina onde ainda se entendem as isometrias e as simetrias da forma que se usava antigamente em Matemática. Este aspeto merece particular atenção, quer em termos de política educativa quer em termos de formação de professores, numa tentativa de aproximação conceptual. Também no que respeita ao teste final, verificou-se que o par não se empenhou tanto como nas aulas na resolução de tarefas por diversas vias. Provavelmente porque a escola, no geral, satisfaz-se com uma única resolução, principalmente em situações de avaliação de carácter mais formal. Este aspeto merece uma profunda reflexão porque pode comprometer o pensamento divergente e a flexibilidade de raciocínio. Finalmente, é de registar que esta experiência de interdisciplinaridade foi muito apreciada pelos alunos, tendo contribuído para visões mais favoráveis e corretas em relação à própria matemática e à geometria em particular. E, assim, também a Educação Visual sai prestigiada.

#### Referências

- Amaral, M.E. (2015). *Isometrias-Uma abordagem interdisciplinar no 8º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado). Universidade de Aveiro. Aveiro, Portugal.
- Bastos, R. (2007). Transformações geométricas. *Educação e Matemática*, (94), 23-27.
- Bodgan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.



- Canavarro, A. (2003). *Práticas de Ensino da Matemática: duas professoras, dois currículos*. Lisboa: DEFCUL.
- Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.
- Fortes, C. (2009). Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. *Revista acadêmica Senac on-line*. 6a ed. setembro-novembro.
- Retirado de [http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial\\_20120517101727.pdf](http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101727.pdf)
- Gadotti, M., (2004). *Interdisciplinaridade: atitude e método*. São Paulo: Instituto Paulo Freire.
- Gontijo, C. (2007). *Relações entre criatividade, criatividade em Matemática motivação em Matemática de alunos do ensino médio*.
- Morelatti, M. (2001). *Criando um ambiente construcionista de aprendizagem em cálculo diferencial e integral I*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Pacheco, J. & Pereira, N. (2005). Projeto educativo: da utopia à realidade. Um estudo qualitativo. *Revista Portuguesa de Investigação Educacional* (24), 4, 39-58.
- Ponte, J. (2006). Estudos de caso em educação Matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC.
- Ribeiro, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura Matemática*. (Tese de Doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Serrano, G. (2004). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Vol I. Métodos. Madrid: Ed. La Muralla.
- Serenato, L. (2008). *Aproximações interdisciplinares entre Matemática e arte: resgatando o lado humano da Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. Retirado de <http://www.jstor.org/stable/1175860>
- Spelt, E., Biemans, H., Tobi, H. (2009). Teaching and Learning in Interdisciplinary Higher Education: a systematic review. *Educational Psychology Review*, 21(4), 365-378.
- Thiesen, J. (2008). A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. *Revista Brasileira. Educação*, vol.13, n.39, pp. 545-554. Retirado de <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782008000300010>.
- Veloso, E. (2012). *Simetria e transformações geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática – APM.
- Yin, R. (2010). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.
- Zaman, G., Goschin, Z. (2010). *Multidisciplinarity, Interdisciplinarity and Transdisciplinarity: Theoretical Approaches and Implications for the Strategy of Post-Crisis Sustainable Development*. *Theoretical & Applied Economics*, 17(12), 5 – 20.